

Undersøgende matematikundervisning – teoretisk grundlag og praktisk udfoldelse

Morten Blomhøj, IMFUFA, INM, RUC

1. Lidt om Inquiry-begrebet og IBME
2. Tre faser i undersøgende matematikundervisning
3. Forskellige typer af undersøgende forløb
4. Samspil mellem forskning og udvikling af praksis
5. Diskussion

John Dewey (1859-1952) og inquiry-begrebet

Dewey placed great faith in scientific (and ordinary) methods of solving problems. He referred to the methods by several names including the "experimental practice of knowing" (1929) and "reflective inquiry" (1933). He believed reflective inquiry was the key to moving beyond the distinction between knowing and doing, thereby providing a new way of viewing human behaviour.

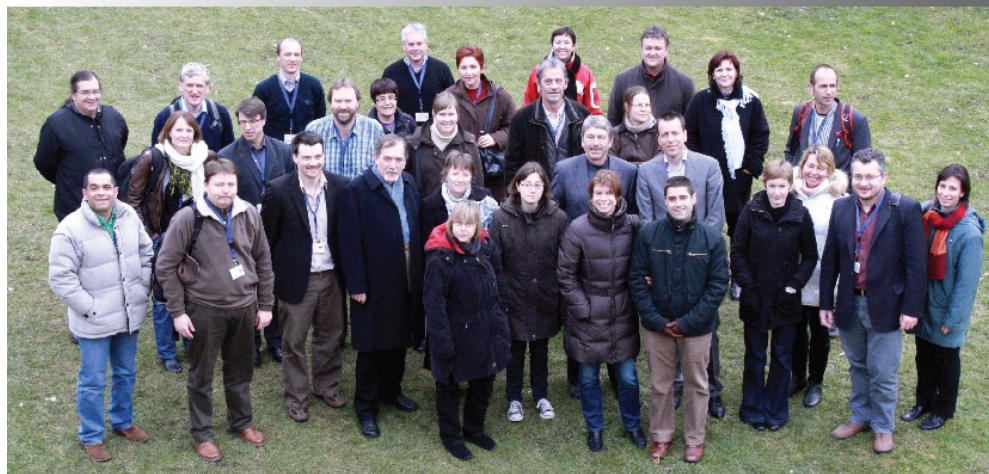
(Hiebert et al., 1996, p. 13)

Hovedpunkter i John Deweys uddannelsesfilosofi

- Mennesket søger at forstå og beherske sin omverden gennem undersøgende og problemløsende adfærd, samt at udvikle og dele sin viden gennem social interaktion.
- Videnskabelig viden er udviklet gennem raffinering og kultivering af denne grundlæggende erkendelsesinteresse.
- Gyldig (sand) viden er effektiv til forståelse af fænomener og løsning af problemer. (Pragmatisme)
- Uddannelse skal udvikle den enkelte elev til at lære gennem undersøgelse og refleksion i sociale fællesskaber. Eleverne skal opleve, at den viden de udvikler er nyttig og effektiv/meningsfuld i deres omverden.
- Elevernes erfaringer og viden er grundlaget for tilrettelæggelse af undervisning, og viden almengøres gennem fælles refleksioner over fælles erfaringer.

Primas

PROMOTING INQUIRY
IN MATHEMATICS AND SCIENCE
EDUCATION ACROSS EUROPE

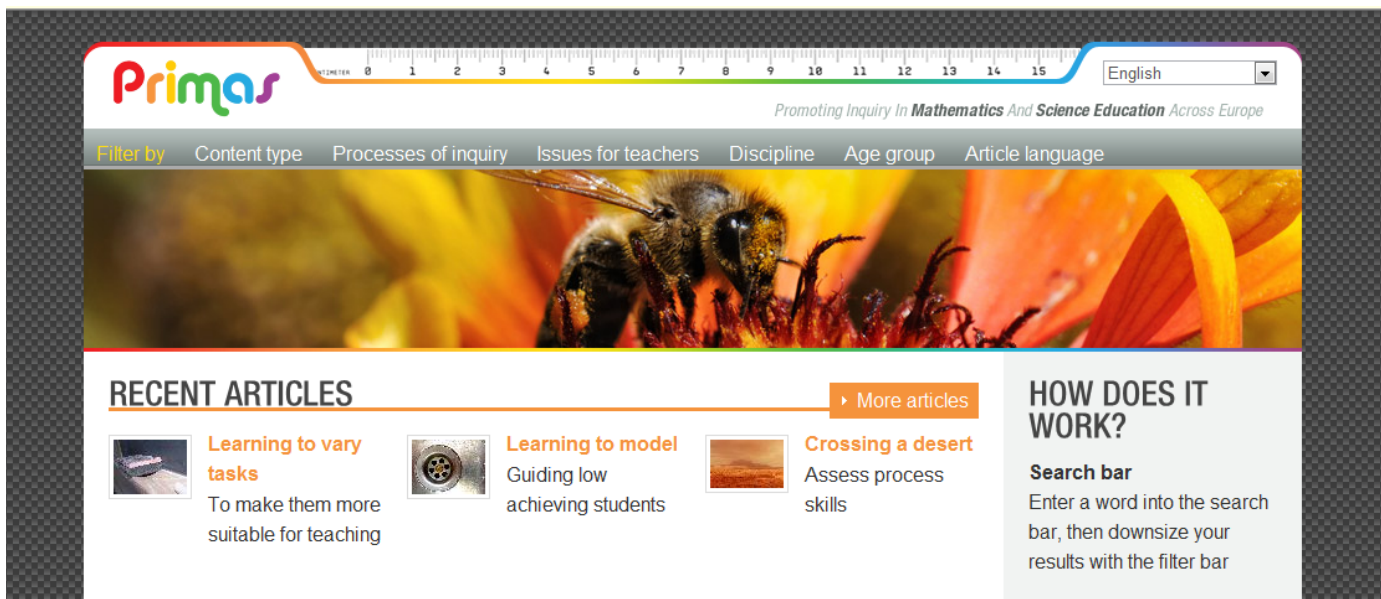


PRIMAS (2010-2013) havde til formål:

- At promovere tilgange til matematik- og naturfagsundervisning, som er sjove, udfordrende og relevante for eleverne.
- At promovere udbredelsen af undersøgelsesbaseret læring i matematik og naturfagene.
- At stille ressourcer til rådighed for og koordinere efteruddannelse og faglig udvikling blandt lærere i grundskolen, gymnasiet og læreruddannelsen.
- At udvikle og arbejde med netværk af folkeskole-, gymnasie- og seminarielærere.
- At analysere og forstå politiske tiltag, som har relation til undersøgelsesbaseret læring, og at oplyse og arbejde med det politiske system med henblik på at forbedre praksis.

Mere om PRIMAS og andre IBSE og IBME projekter med oplæg til spændende undervisningsforløb findes på:

www.primas-project.eu og www.scientix.eu



2. Tre hovedfaser i undersøgende forløb

1. Iscenesættelse af forløbet over for eleverne
 - overdragelse af udfordringen/problemet til eleverne
 - etablering af det didaktiske miljø for arbejdet
 - formidling af de tidsmæssige og praktiske rammer
 - klargøring af produktkrav og bedømmelsesform
2. Elevernes selvstændige undersøgende arbejde
 - tilstrækkelige tid, frihed og støtte til, at eleverne kan arbejde selvstændigt med problemet
 - støtte og udfordring gennem dialog
 - forberedelse gennem konstruktion af dialoger
3. Fælles refleksion og faglig læring
 - erfaringer og resultater fra forløbet systematiseres og faglig viden og faglige pointer søges fællesgjort

Styring af undersøgende forløb

- Didaktisk udfordring: Der kan ikke styres ved hjælp af: lærerbogen, sekvensering af fagligt stof og opgaver

Styring kan ske gennem

- Iscenesættelse – overdragelse af problemet/udfordringen
- Rammerne for og organisering af forløbet
- Dialog med eleverne undervejs
- Opsamlinger undervejs i forløbet - synkronisering
- Krav til det eller de produkt(er) eleverne skal fremstille
- Formen på vurderingen af elevernes udbytte
- Opsamling på og refleksion over erfaringer og resultater
- Opbygning af fælles faglig viden i klassen ud fra forløbet

Centrale elevaktiviteter i undersøgende undervisning?

- at stille spørgsmål
- at afgrænse og strukturere
- at observere systematisk
- at måle og kvantificere
- at klassificere
- at udvikle definitioner
- at beregne og lave overslag
- at indføre og anvende symboler
- at anvende algebra
- at ræsonnere og bevise
- at repræsentere og visualisere
- at danne og teste hypoteser
- at eksperimentere
- at kontrollere variable
- at fortolke og vurdere resultater
- at kommunikere
-

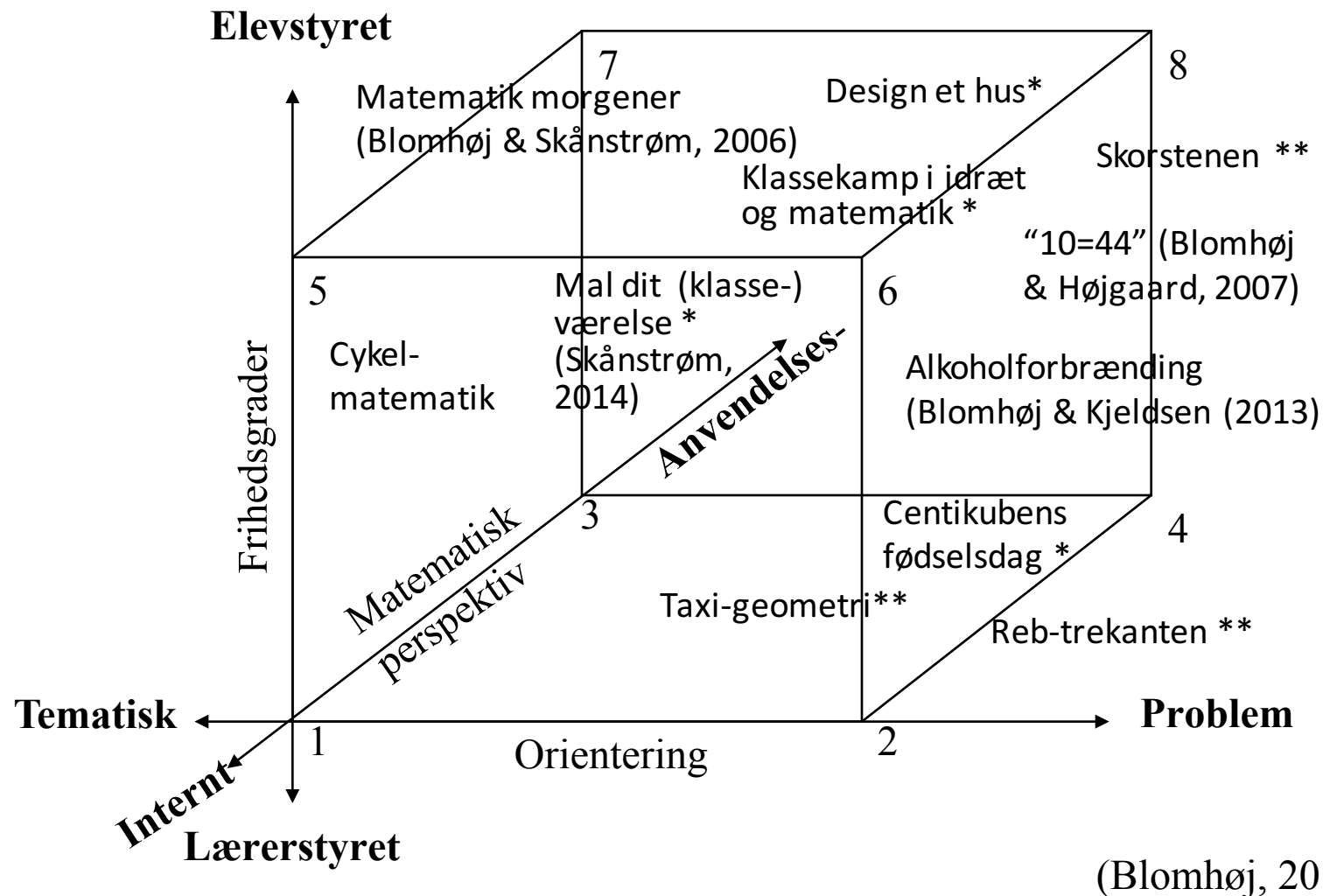
Centrale læreraktiviteter i undersøgende undervisning?

- at sætte scenen for undersøgende aktiviteter
- at inspirere til undersøgende holdning og tilgange til matematik
- at formidle og fællesgøre læringsmål
- at bygge på og udbygge elevernes erfaringer
- at støtte elevernes ejerskab til problemer og projekter
- at skabe rum for dialogisk samspil i klassen
- at opmuntre til spørgsmål og refleksion
- at stille åbne og nysgerrige spørgsmål til elevernes arbejde
- at bemærke og påskønne elevers faglige ideer og ræsonnementer
- at værdsætte forsøg og fejl som grundlag for læring
- at fremme samarbejde mellem eleverne
- at udpege og almengøre centrale begreber og metoder
- at evaluere elevernes faglige læring
- at evaluere forløb og udvikle egen praksis
-

3. Forskellige typer af undersøgende forløb

- Tematiske forløb
(Blomhøj & Skånstrøm, 2006)
- Matematisk modellering
(Blomhøj & Kjeldsen, 2014, 2013, 2011)
- Undersøgelseslandskaber
– systemer af opgaver
(Skovsmose, 2003) og (Artigue & Blomhøj, 2013)

Et didaktisk mulighedsrum for undersøgende forløb



*) NNS Roskilde ; **) Artigue & Blomhøj (2014)

Matematikprojektet i Ny Nordiske Skole Roskilde Grundplan for 3 forløb over 1½ år

17 lærere med klasser fra 5. klassetrin til 2.g deltog i projektet fra Lynghøjsskolen, Skt. Josefs Skole (privatskole) og Himmelev Gymnasium.

Projektledelse med fire personer: 1 lærer som koordinator på hver skole og 1 forsker. 25 timer til lærerne til hvert forløb.

Fem workshops á to timer til hvert forløb.



Eksempler på forløb

1. forløb: Tal Matematik – formidling af matematisk emne på video; Brug af regneark til problemregning og den skriftlige prøven; Egne opgaver i trigonometri med Geogebra

2. forløb: Centikubens fødselsdag; Mal dit klasseværelse – hvad koster det?; Design et hus på 140 m^2 ; Problemløsning med trigonometri.

3. forløb: Fælles udgangspunkt for alle forløb: Klassekamp i idræt og matematik. Statiske undersøgelser af egne data – hvorfor er vi de bedste!; Undersøgelser af sammenhænge mellem baggrundsvariable og præstationer. Matematikken i bevægelse.



I dag er det centicubens fødselsdag
Hurra, Hurra, Hurra
Så vokser den med en igen,
og du skal være dens bedste ven,
og male den på hver af de 6 flader

Vi møder Centicuben som 1-årig, hvor den bare består af en enkelt: 
 Men allerede i dette første møde har den fødselsdag - den bliver 2 år.
 Som det fremgår af sangen, vokser Centicuben med 1.
 Og den vokser i alle retninger, så den vedbliver med at være en cube - se side 1
 Desuden bliver den jo så malet.....

Alder	Antal	An ^{tal}	0	1	2	3	Overflade
2 år							
3 år							
4 år							
5 år							
6 år							
10 år							
n år							
Skriv med ord							



Centicube som 4-årig



Centicube som 5-årig

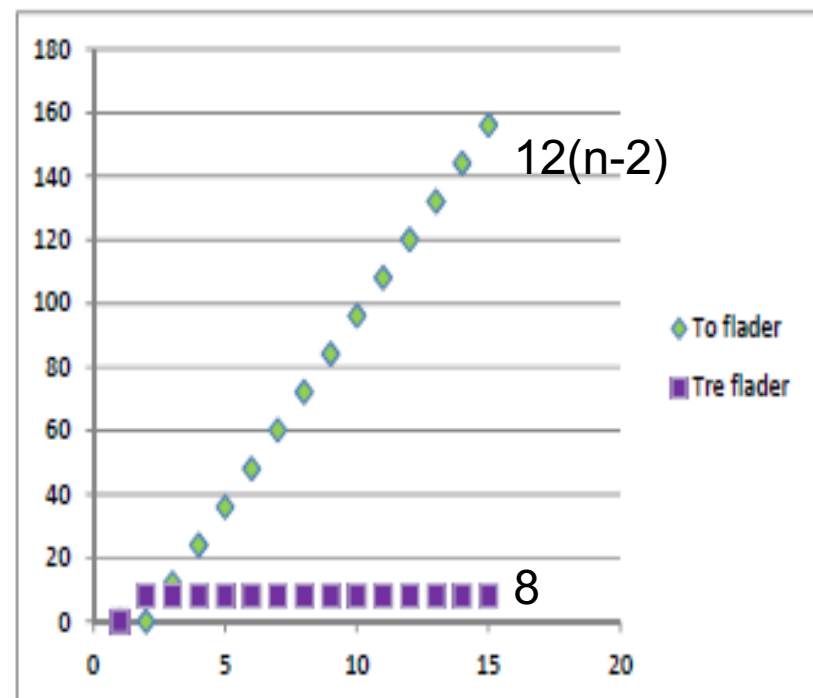
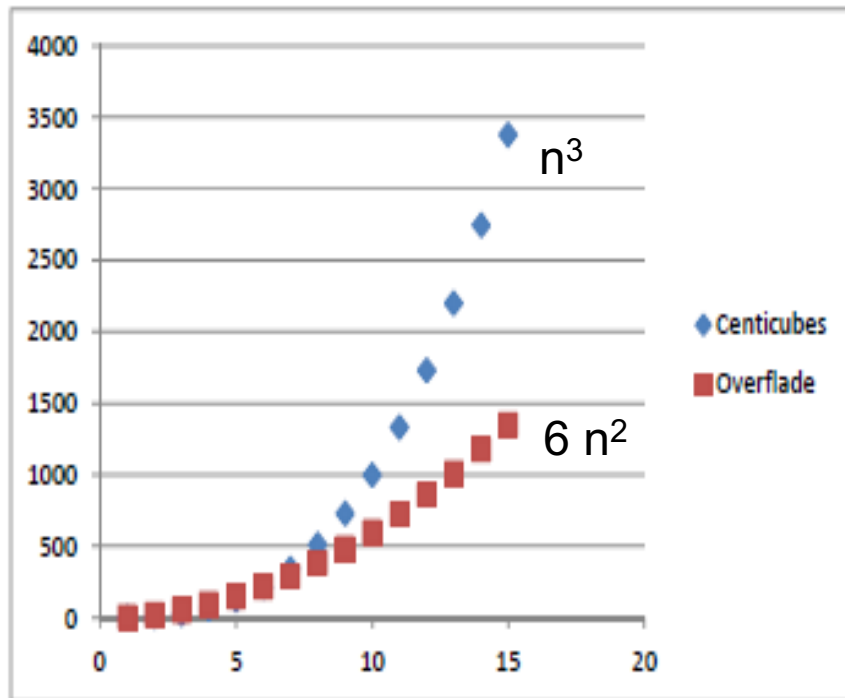
Elevernes arbejde giver grundlag for matematiklæring

År	Centicubes	Overflade	Nul flader	En flade	To flader	Tre flader
1	1	6	0	0	0	0
2	8	24	0	0	0	8
3	27	54	1	6	12	8
4	64	96	8	24	24	8
5	125	150	27	54	36	8
6	216	216	64	96	48	8
7	343	294	125	150	60	8
8	512	384	216	216	72	8
9	729	486	343	294	84	8
10	1000	600	512	384	96	8
11	1331	726	729	486	108	8
12	1728	864	1000	600	120	8
13	2197	1014	1331	726	132	8
14	2744	1176	1728	864	144	8
15	3375	1350	2197	1014	156	8

Relevante funktioner får konkret mening for eleverne

År	Cubes	Overflade	0 flader	1 flade	2 flader	3 flader
n	n^3	$6n^2$	$(n-2)^3$	$6(n-2)^2$	$12(n-2)$	8

Eleverne bruger regneark til at kontrollere, tegne grafer for og fortolke deres resultater matematisk



(Blomhøj, 2016)

Klassekamp i idræt og matematik 3. forløb i projekt Ny Nordisk Skole i Roskilde



17 klasser fra 6. klassetrin til 2.g i gymnasiet deltager i projektet. Det er klasser fra Lynghøjskolen, Skt. Josefs Skole og Himmelev Gymnasium. Det er tredje afprøvning af undervisningsforløb med inddragelse af IKT.

Der blev konkurreret i 100m, 400m, kuglestød og præcisionskast.

Klassekamp i idræt og matematik i projekt Ny Nordisk Skole i Roskilde

Klasserne har fået alle data i et Excel ark og konkurrerer nu i matematik om at lave statistiske fremstillinger, der viser hvilken klasse, der har gjort det bedst, samt i at finde sammenhænge mellem elevernes idrætsresultater og baggrundsvariable som alder, højde, køn og klassetrin.

Data

Boxplot



Bevægelse i matematik - matematikken i bevægelse



Hvordan ser dit 100m løb ud matematisk set?

Hvad blev din gennemsnitfart i m/sek.?

Hvordan ændrede din fart sig undervejs?

100meter

(Blomhøj, 2016)

4. Samspil mellem forskning og udvikling af praksis

Inquiry in mathematics: Pupils in schools learning mathematics through exploration in tasks and problems in classrooms;

Inquiry in teacher education: Prospective teachers learning to teach mathematics through design, exploration and reflection on mathematical activities in teaching situations in their teacher education; (Min tilføjelse)

Inquiry in teaching mathematics: Teachers using inquiry to explore the design and implementation of tasks, problems and activity in classrooms;

Inquiry in research which results in developing the teaching of mathematics: Teachers and didacticians researching the processes of using inquiry in mathematics and in the teaching of mathematics.

(Jaworski, 2004, s.24)

Referencer

- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). “Conceptualising inquiry based education in mathematics”. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*.
- Blomhøj, M. (2016). Fagdidaktik i matematik. København Frydenlund.
- Blomhøj, M. (2013). Hvad er undersøgende matematikundervisning – og virker den? I Wahl, Michael and Weng, Peter (eds.) *Håndbog for matematikvejledere*. København: Dansk Psykologisk Forlag, 172-188.
- Blomhøj, M. og Kjeldsen, T.H. (2014). Brug af didaktisk teori i læreres udvikling af modelleringsprojekter i matematik. *MONA* (2), 42-63.
- Blomhøj, M. and Kjeldsen, T.H. (2013): Students’ Mathematical Learning in Modelling Activities. In Stillman, G., Kaiser, Blum, W., Brown, J. (eds.) *Teaching mathematical modelling: Connecting to Research and Practice*. International Perspectives on the Teaching and Learning. Dordrecht: Springer, 141-151.
- Blomhøj, M. and Kjeldsen, T.H. (2011): Students’ Reflections in Mathematical Modelling Projects. In Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G. (eds.) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. International Perspectives on the Teaching and Learning, Dordrecht: Springer, 385-396.

- Blomhøj, M. & Skånstrøm, M. (2006). Matematik Morgener – matematisk modellering i praksis. In O. Skovsmose og M. Blomhøj (red.). *Kunne det tænkes? – om matematiklæring*, 7-23. København: Malling Beck.
- Jaworski, B. (2004). Grappling with complexity: co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. Plenary address at PME 28.
- Rushton, G.T., Lotter, C. & Singer, J. (2011). Chemistry teachers' emerging expertise in inquiry teaching: the effect of a professional development model on beliefs and practice. *Journal of Science Teacher Education*, 22(1), 22-52
- Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (red.). *Kunne det tænkes? – om matematiklæring*, 7-23. København: Malling Beck.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (red.). *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring*. København: Malling Beck. , 143-158.
- Skånstrøm, M. (2013). Emma og Frederiks nye værelser – maling eller tapet? *Matematik*, 41, 6, 14-18.
- Wagner, J.: 1997, 'The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering research-practitioner cooperation', *Educational Researcher* 26(7), 13–22.