

# Matematik i marts

Workshop indskoling/ mellemtrin

4. april 2013

# En plan og en hensigt

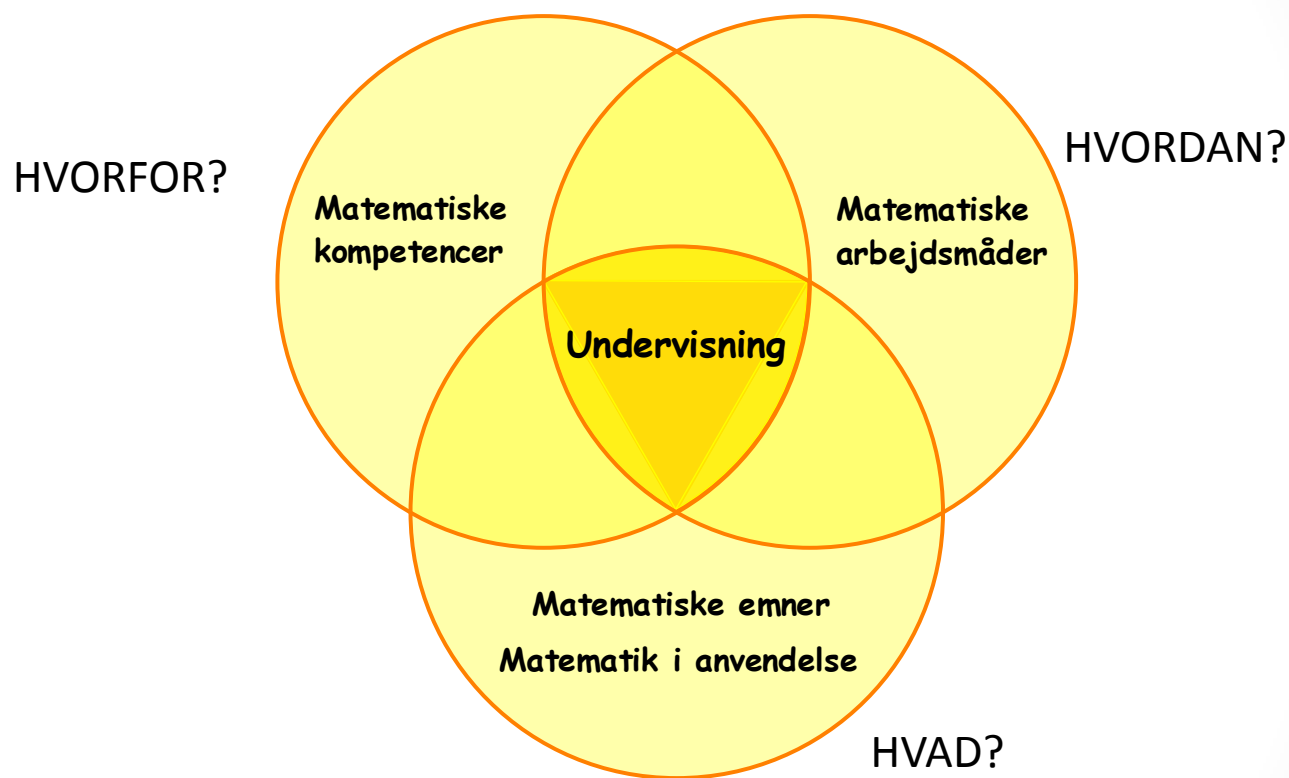
- 1) Fokus på at planlægge og gennemføre ”kompetenceorienteret undervisning” i indskoling og på mellemtrinnet

FROKOST

- 2) Fokus på evaluering af elevers kompetencebesiddelse

Konkrete ideer til ”kompetenceorienteret undervisning” og til arbejdet med den løbende evaluering af elevers kompetencebesiddelse

# Fælles Mål 2009:



Kompetencetænkning kan støtte planlægning, gennemførelse og evaluering af matematikundervisning ved at være en del af lærerens "pejlemærker" (Fælles Mål 2009)

# Hvordan?

Planlægningen kan foregå:

- ”Top – down”

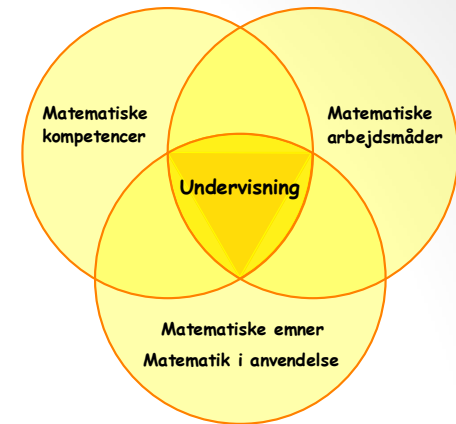
*Hvad skal være (kompetence-)mål.*

*Hvilke aktiviteter skal vi så vælge?*

- ”Down- top”

*Hvilke aktiviteter har vi?*

*Hvilke mål skal vi knytte til?*



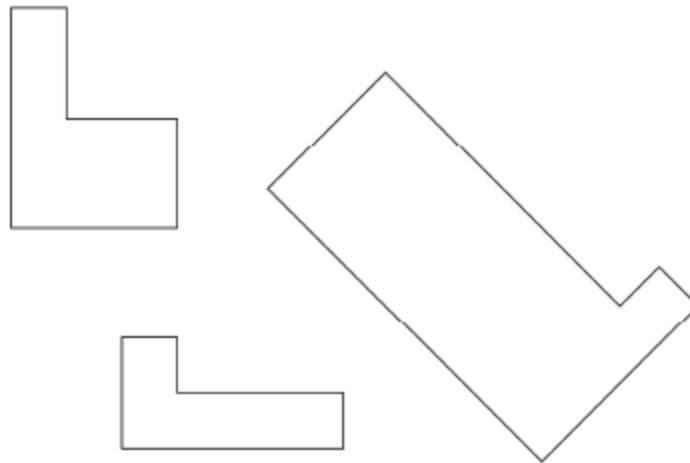
# Down-top...

- Brug tallene 1 – 2 – 3 – 4.
  - Lav to tocifrede tal. Find summen af tallene.
  - Hvilke summer kan I lave?
  - Hvad kan I sige om summerne?
- 
- $12+34 =$
  - $32+41=$
  - Osv.

Overvej, hvordan eleverne kan udvise kompetence i arbejdet med denne opgave.

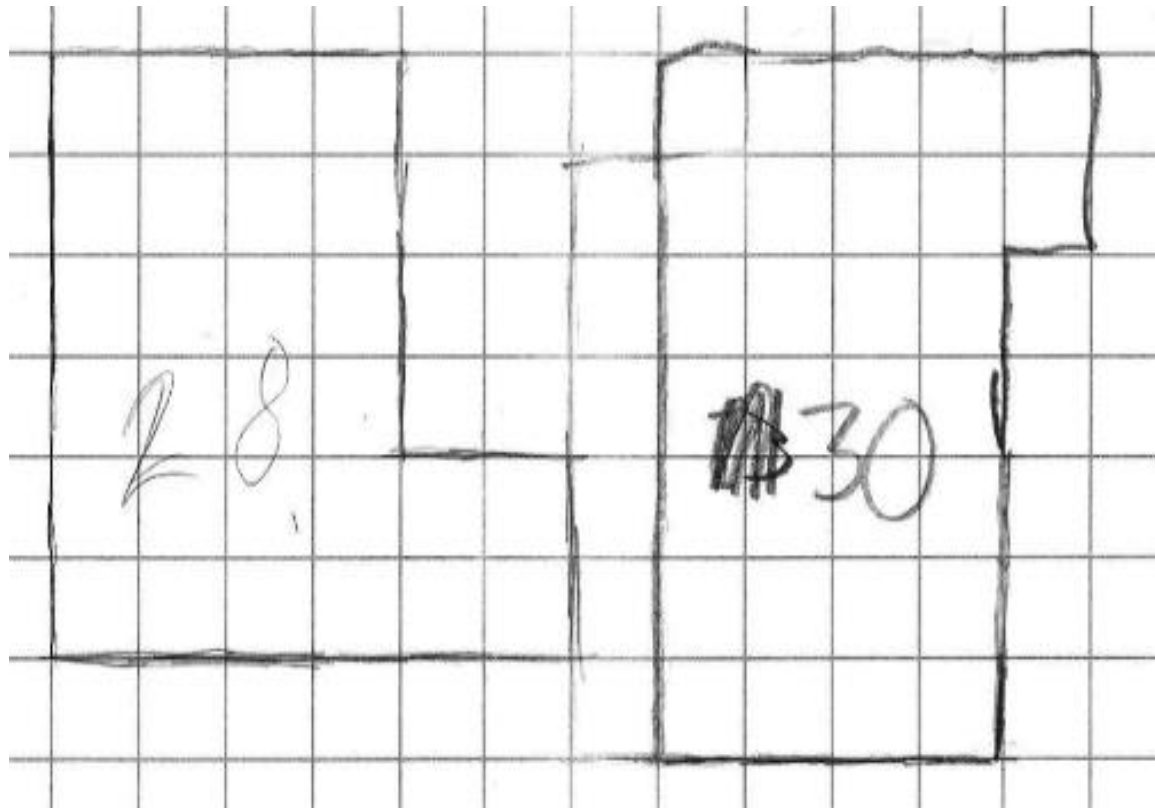
# Top-down...

Nogle figurer har 6 sider, der står vinkelrette på hinanden.



- Kan du tegne sådan en figur med en omkreds på 24 cm?
- Hvor stort kan arealet af sådan en figur blive, hvis omkredsen er 24 cm?

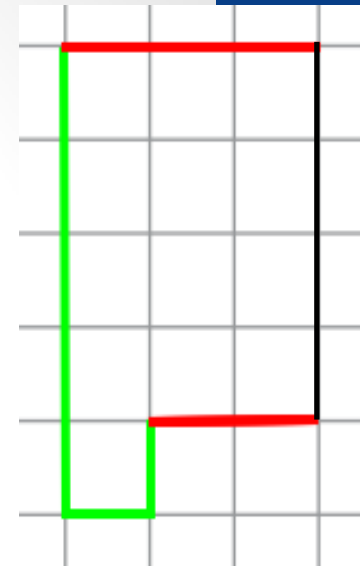
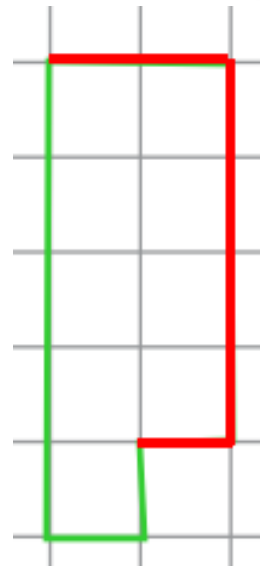
# Muhammed



# Muhammed

Lærer: Du skal huske,  
at omkredsen er det  
udenom. Ikke det indeni.

*Muhammed:* Ok.



Lærer : Hvor meget længere er den så blevet?

*Muhammed:* 4

Lærer : Ok, jeg tror ikke, jeg har fået sagt det tydeligt, hvad jeg mener. Prøv at gå videre. Hvordan finder du ud af, hvor langt der er rundt.

*Muhammed:* 6

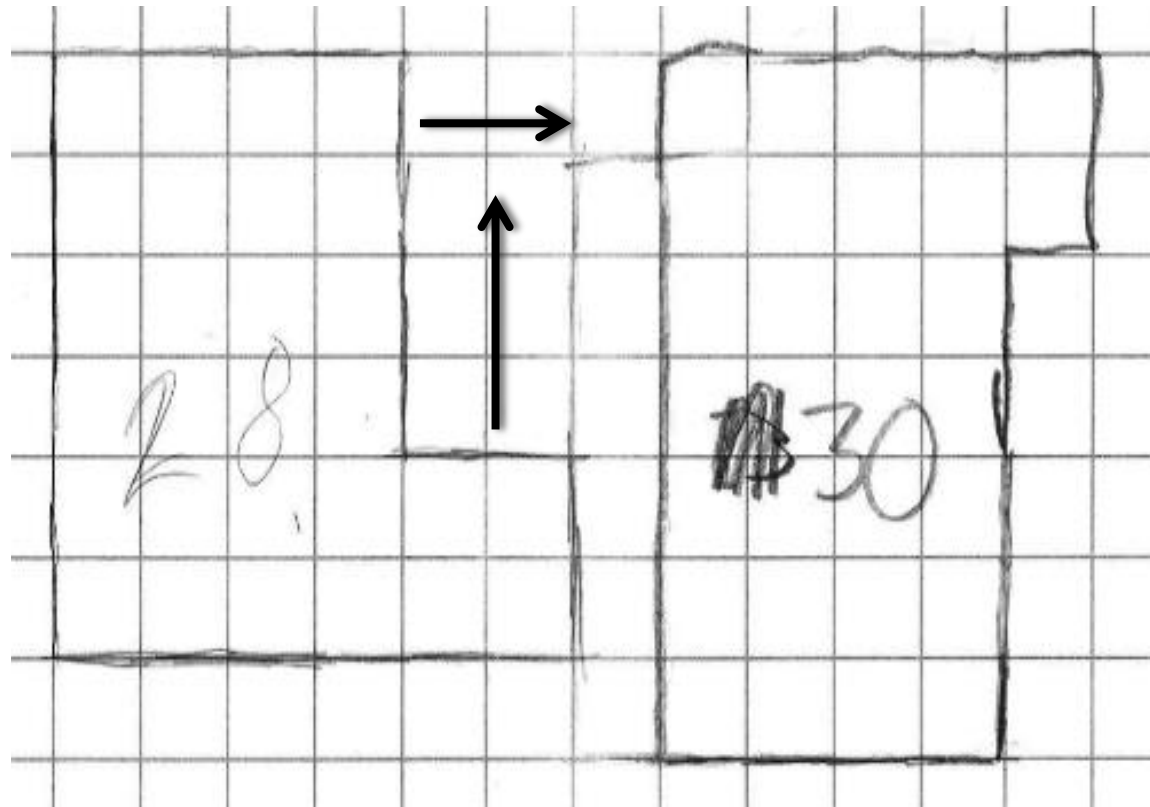
Lærer : Men.. hvor mange cm er der rundt om?

*Muhammed:* Hmm. Cm. Så skal vi bruge en lineal.

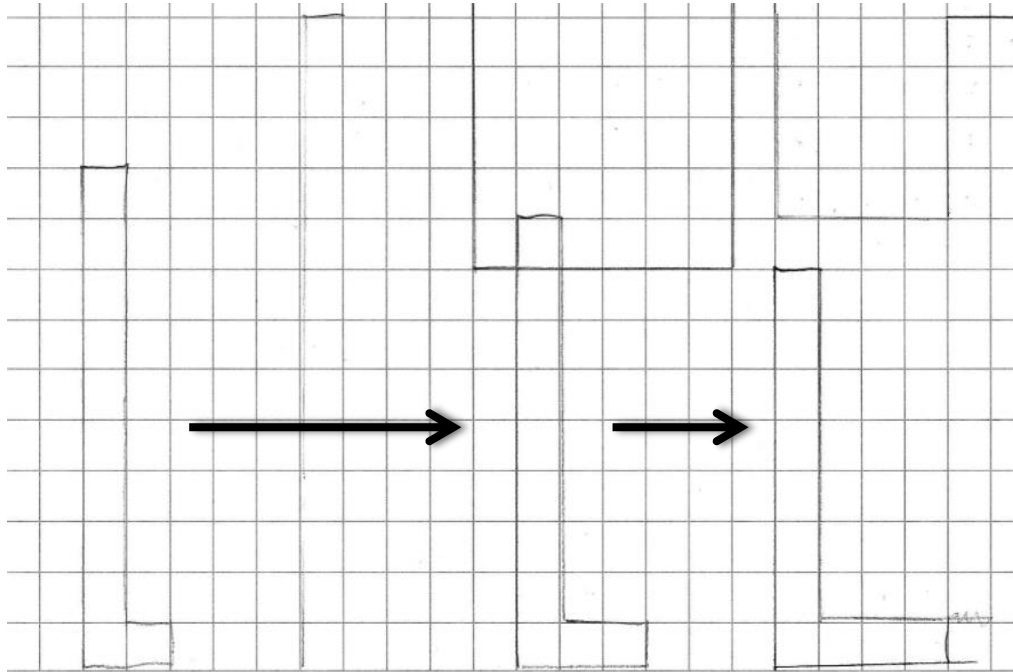
Lærer : Jeg kan sige til dig, at der er en centimeter i en tern... så vi behøver næsten ikke...



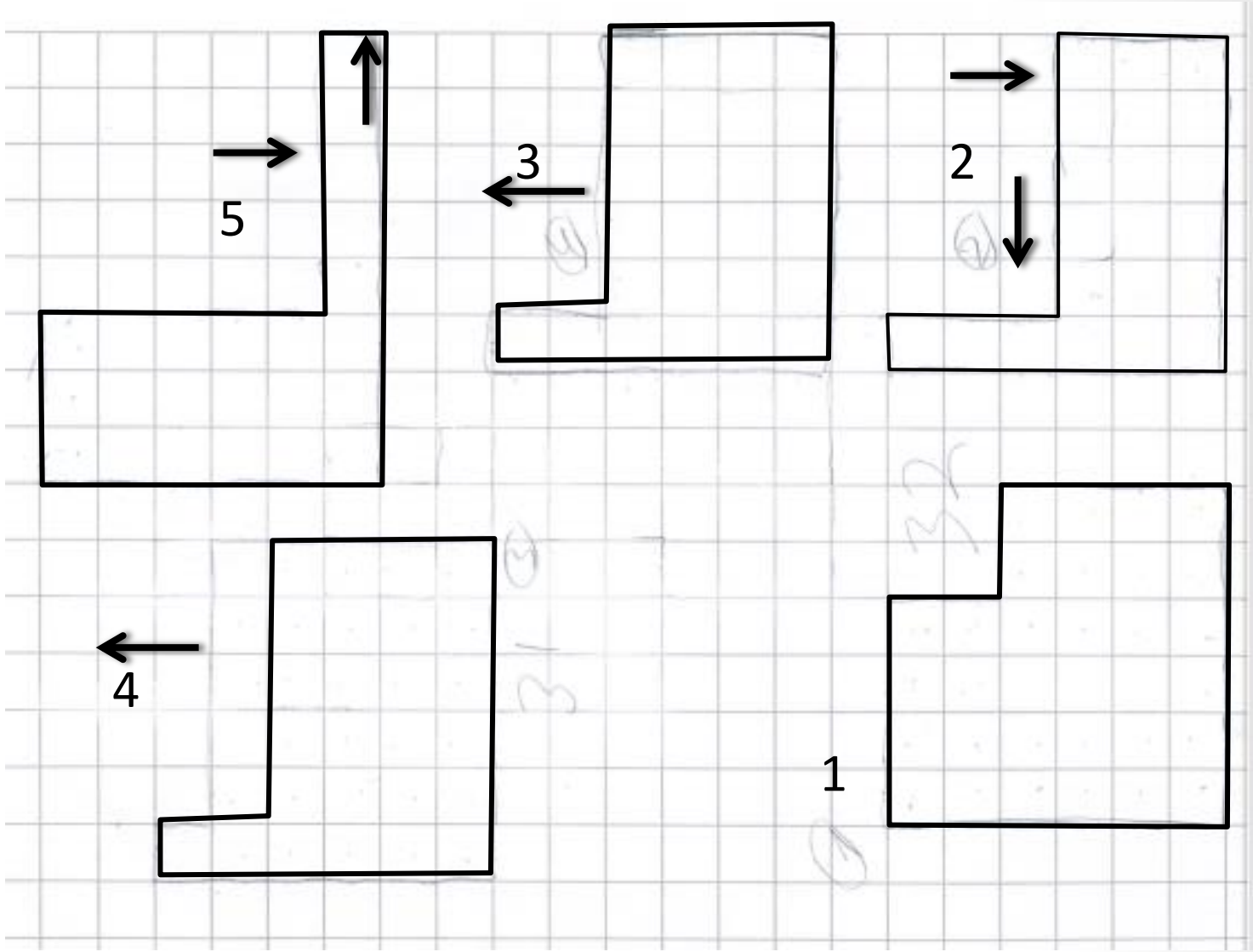
# Muhammed



# Anton



Antons arbejde med "tynde L-figurer" .





*Anton:* Hvis man flytter en side (med pilen)..... så er omkredsen den samme.

.....

*Anton:* Det største areal er 35 ved den nederste streg (blå).

*Lærer:* Er du sikker?


*Anton:* Ja, for jo mere firkantet... jo større bliver arealet. Det ved jeg fra køkkenhaven.

Får udleveret mm-papir

*Anton:* Den er stadig 2.....

.....35,99

Antons arbejde med "tykkere" L-figurer.



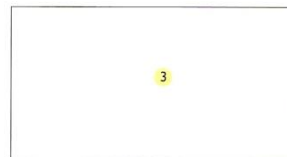
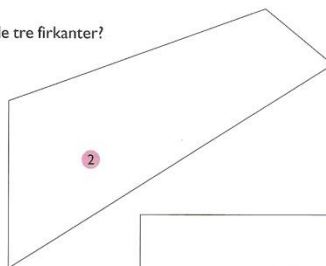
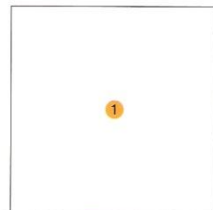
35,99

# En side i en matematikbog

## Vinkler i polygoner ...

Vinkelsummen i en polygon er størrelsen af alle polygonens vinkler lagt sammen.  
I skal undersøge vinkelsummen i forskellige polygoner.

❓ Hvad er vinkelsummen i hver af de tre firkanter?



❓ Tegn tre forskellige firkanter, mål vinklerne, og find vinkelsummen i hver firkant.

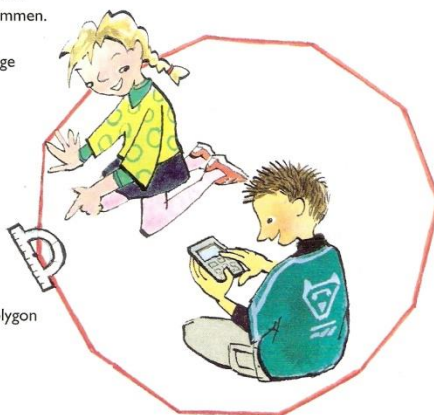
❓ Lav en regel om vinkelsummen i firkanter.

❓ Hvad er vinkelsummen i en femkant?  
Tegn en femkant, og find vinkelsummen.

❓ Hvad er vinkelsummen i forskellige polygoner? Skriv i et skema.

Polygon	Vinkelsum
Trekant	
Firkant	
Femkant	
Sekskant	
Syvkant	

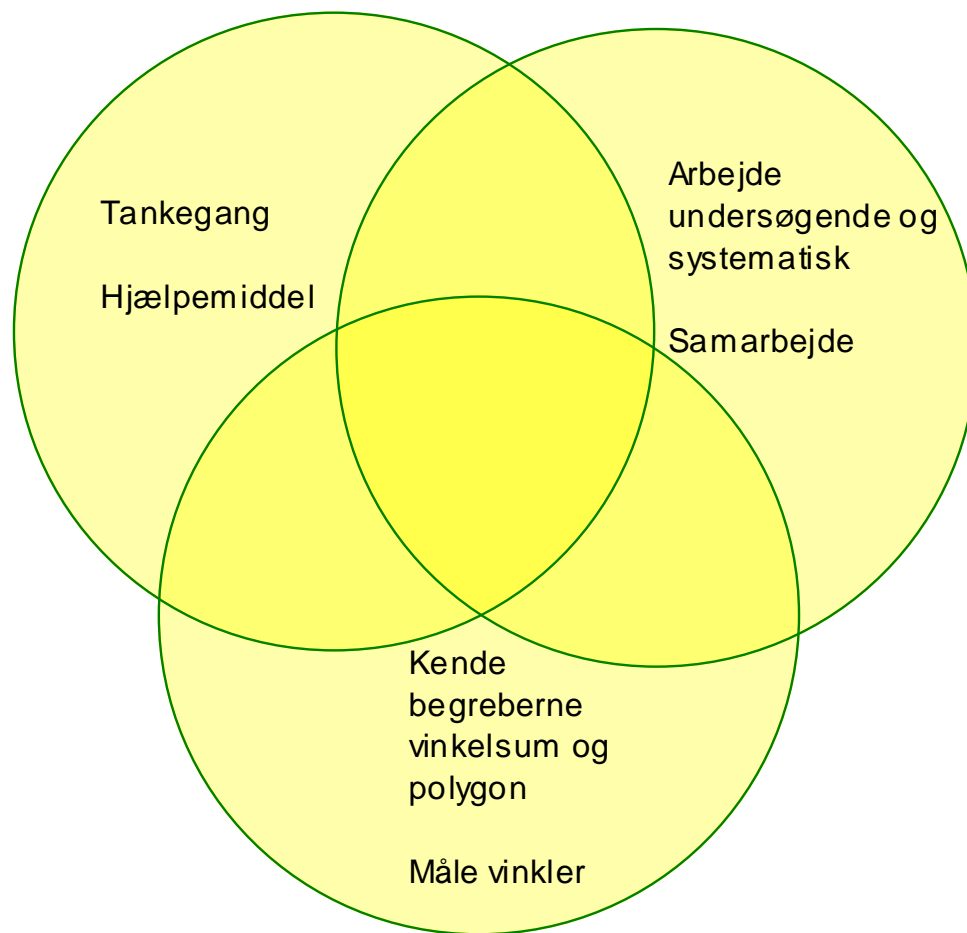
❓ Hvad er systemet?  
Kan I finde vinkelsummen i en polygon uden at måle vinklerne?



# Leg planlægning

- Læs/ arbejd siden igennem
- Overvej, hvilke mål, I ville vælge at knytte til siden (Brug ”matematiklærerens tænkebobler”)
- Overvej, hvilken betydning jeres valg kan have for undervisningens gennemførelse

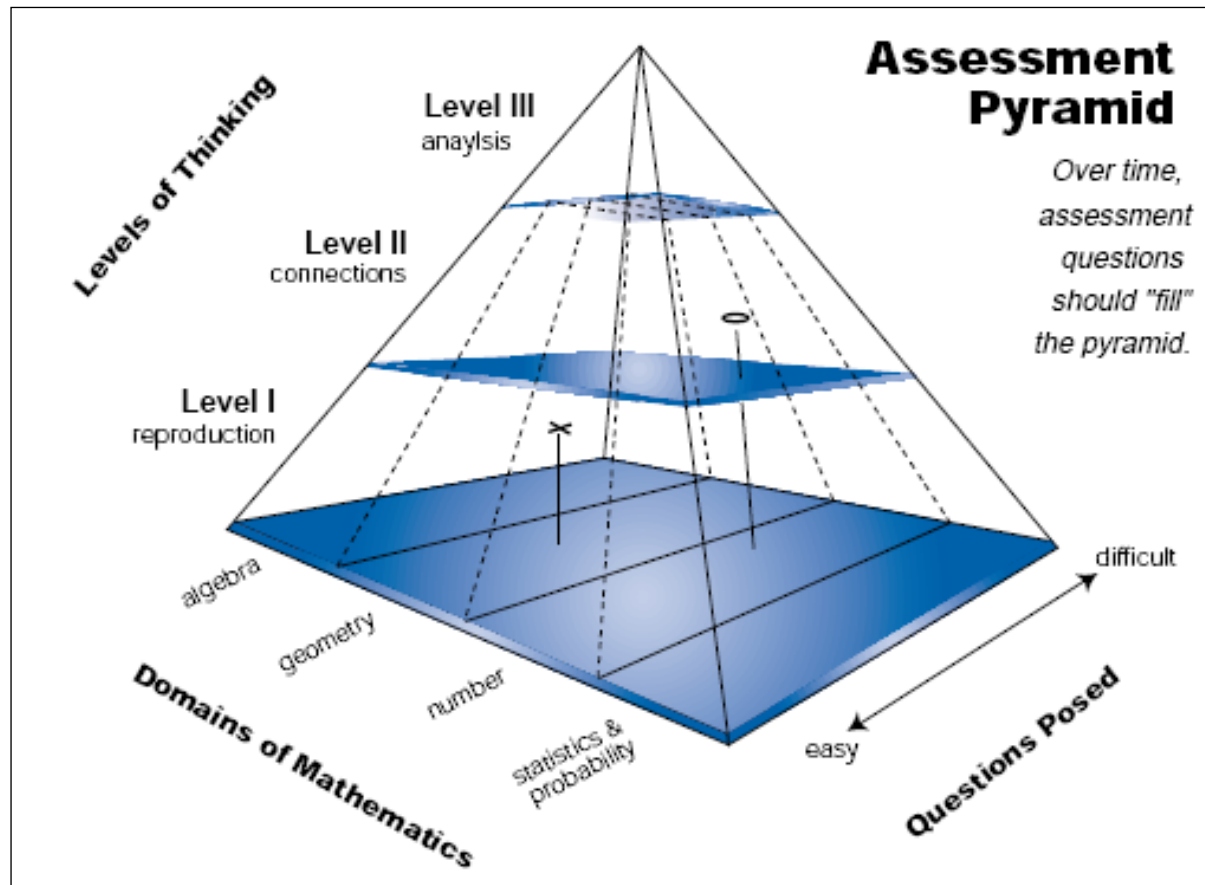
# En mulighed





Om evaluering...

# Kategorisering af mål



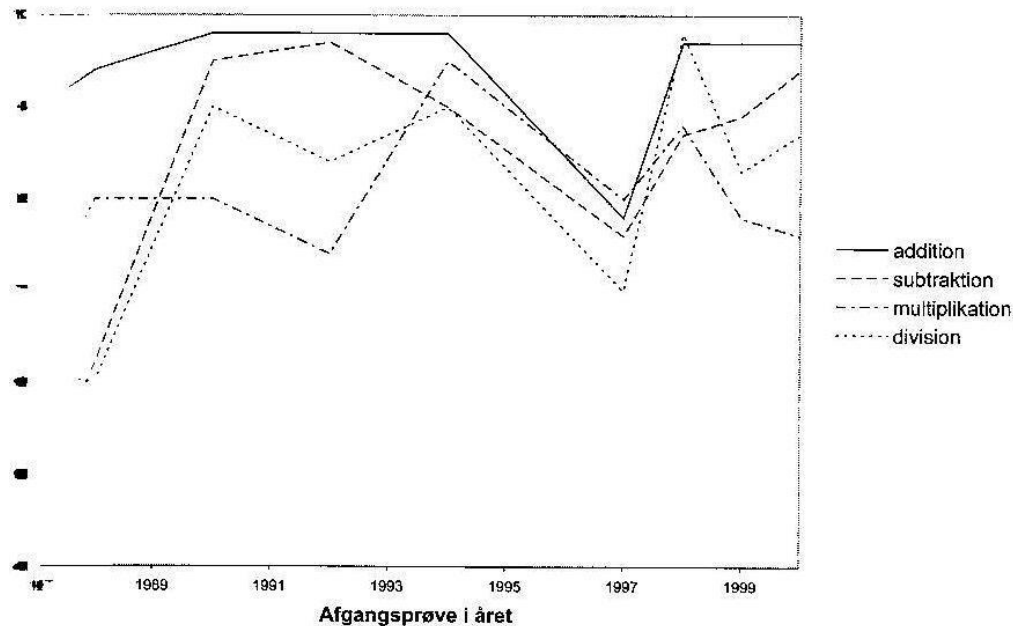
# Evalueringsforskning

- 1) Evaluering kan have direkte positiv indflydelse på elevers læring, hvis den omfatter en feedback, som fokuserer på, hvad eleverne skal gøre – og ikke på, hvordan de har klaret sig (succes afhænger af formen på feedback).

“Impact of Feedback Interventions on Achievement and Attitude” (Butler 1998).

	Opnår bedre præstationer (Achievement gain)	Holdninger til faget (Attitude toward subject)
Kun karakter/antal rigtige	Ingen	Højt præsterende elever: positive Lavt præsterende elever: negative
Kun kommentarer	30 %	Alle positive
Antal rigtige/karakter og kommentarer	Ingen	Højt præsterende elever: positive Lavt præsterende elever: negative

2) Evaluering har (stor) indflydelse på læreres og elevers opfattelse af, hvad der er væsentligt i matematikundervisningen (evalueringen definerer, hvad det vil sige at være god til matematik).



Figur 7. Resultatet af FA-færdighedsprøve.

- 
- 
- 3) Evaluering (især i form af tests) medvirker til at forme en elevs forestilling om sig selv og sine fremtidsmuligheder.

# Eksempler på formativ evaluering indenfor "niveau 1-2"

- Diagnostiske tests
- Svaret er...
- Nationale tests

# Diagnostiske test

- Grundidéen er at finde frem til elevers misopfattelser, så disse kan "komme frem i lyset" og blive korrigeret.

- Eksempler på diagnostiske opgaver:

Størst?            13,37 eller 13,5

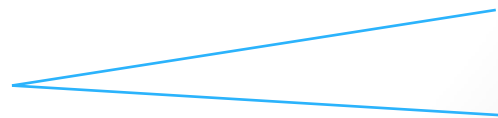
Størst?            4,9 eller 4,90

Beregn            0,12 : 2 og 0,24 : 2

Beregn             $3+4*2$  og  $4*2+3$

Fortsæt            0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; \_\_\_\_ ; \_\_\_\_ ; \_\_\_\_

Størst vinkel?



# Svaret er...

- Grundidéen er at give eleverne frie hænder til at vise deres færdigheder.

- Eksempel:

”Tegn mange forskellige figurer, der har et areal på 24 kvadratcentimeter.”



# Nationale test

- <http://demo.evaluering.uvm.dk/>

# Eksempler på formativ evaluering indenfor "niveau 2"

- Brev til oldemor
- Begrebskort

# Brev til oldemor

- Grundidéen er, at eleverne skriver og tegner frit om deres forståelse af et emne, de har arbejdet med for nylig.
- Eksempel:

Skriv et brev til din oldemor, hvor du fortæller, hvad du ved om ligninger.

Kære oldemor

Ligninger er ret enkelt.  
vi starter med noget småt

Fx.

$$4 \cdot x = 16$$

Så skal man finde  $x$ 'et.

Hvor mange gange går 4 op i 16?

Svar: 4. Så  $(x=4)$  i denne opgave.  
 $4 \cdot 4 = 16$

Det kan også blive meget svært.

nu sætter vi et ekstra tal i ligningen

Fx.

$$4 \cdot x - 8 = 16$$

igen skal vi finde  $x$ 'et

svar: 6  $(x=6)$   $4 \cdot 6 - 8 = 16$

Såden kommer den nemlig rigtigt til  
at se ud.

Jeg håber at det har hjulpet dig lidt.

nu kan du selv prøve denne ligning:

$$4 \cdot x - 8 \cdot 2 = 16$$

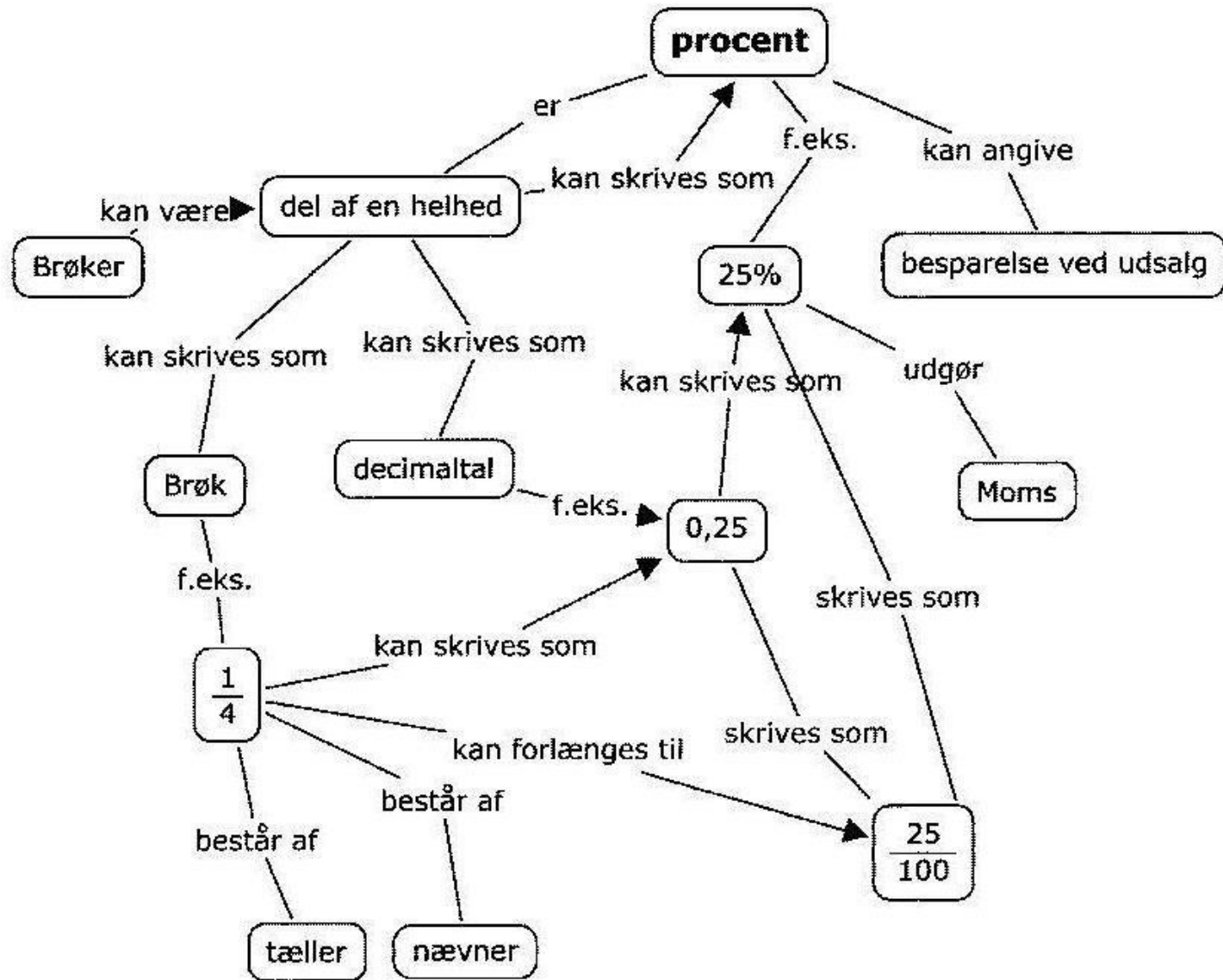
Du kan selv prøve at lave nogle andre  
ligninger.

$(x=4)$

# Begrebskort

- Grundidéen er at evaluere elevernes forståelse af relationer mellem forskellige begreber.
- Eksempel

”Fremstil et begrebskort over procent”



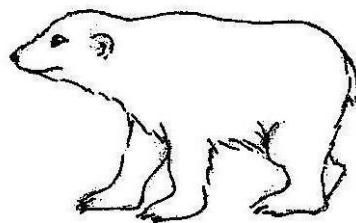
# Eksempler på formativ evaluering indenfor "niveau 2-3"

- Fri skriftlig besvarelse
- Observationer af - og samtaler med elever, der arbejder med "kompetenceopgaver"

# Fri skriftlig besvarelse

- Grundidéen er at give eleverne "frie tøjler" til at vise, hvad de kan og ved.
- Eksempel

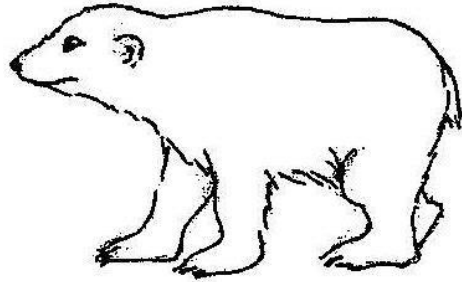
500 kilo



500 kg? Hvor mange børn svarer det til?



500 kilo



$10\frac{1}{2}$  børn

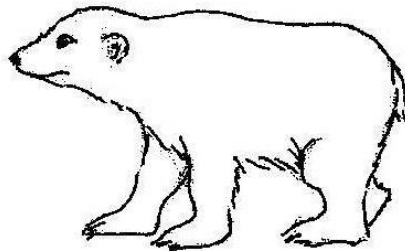
Her kan du skrive eller tegne:

40 80 120 160 200

Så Plusede jeg to hundrede med to.  
og så Vidste jeg at det blev otte børn.

440 480 520 men det kan man ikke Sige.  
Så jeg Rundede ned til 500.  
for det skal blive helt Præcis.  
og det var så  $10\frac{1}{2}$  børn

500 kilo



16 børn

Her kan du skrive eller tegne:

$$3 \cdot 30 = 90$$

$$3 \cdot 30 = 90$$

$$90 + 90 = 180$$

$$180 + 180 = 360$$

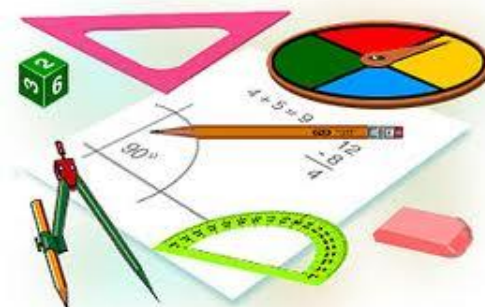
$$\begin{array}{r} 1 \\ 180 \\ + 180 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$3 \cdot 30 = 90 \quad 90 + 360 = 450$$

Så var der et tygt barn som vejede  
50 kilo så passer det

# Hvad kan vi se efter?

- Hvad kan vi se efter, når vi evaluerer kompetencer?
  - Viden og færdigheder
  - Strategier og metoder
  - Kommunikation og samarbejde
  - Det personlige aspekt



# At besidde matematisk kompetence

**Strategier og metoder**

**Viden og færdigheder**



**Kommunikation og samarbejde**

**Det personlige aspekt**



# At besidde matematisk kompetence

## Viden og færdigheder



Kende/have "redskabet"

Forstå, hvordan "redskabet" kan bruges

Udvælge og anvende "redskabet"

## Strategier og metoder



Undersøge tilfældigt / systematisk

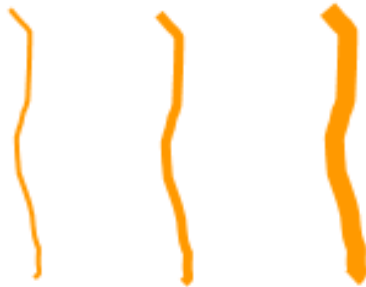
Have forskellige ideer og tilgange

Udvikle og "springe imellem" ræsonnementer, fleksibilitet

Tage et "helikopterperspektiv"

# At besidde matematisk kompetence

## Kommunikation og samarbejde



Gå i dialog med makker

Følge og videreudvikle andres tankegange og argumenter

Gennemføre mundtlige præsentationer af eget arbejde med matematik

Få hverdagsprog og matematikkens sprog til at spille sammen

## Det personlige aspekt



Autonomi - stole på og anvende egne ræsonnementer

"Holde det ud" - tiltro til sig selv som "matematikkyndig"

Forstå, hvad matematik er og kan

Tage initiativer

# Eksempel på elevprofil

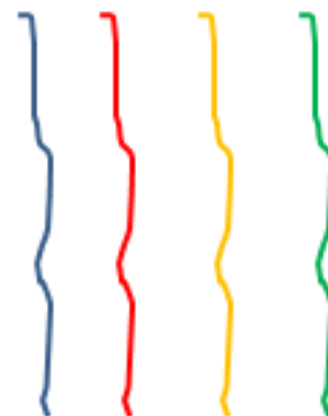


Kender nogle matematiske begreber og har nogle færdigheder  
Har svært ved at vurdere relevansen

Gætter, prøver sig tilfældigt frem  
Har svært ved selv at få en ide  
Ikke overblik over problemstillingen

Ikke velfungerende faglig dialog med makker  
Usikker på det matematiske sprog

Ikke tiltro til sig selv i forhold til at kunne bruge matematik  
Frustreret over matematiske problemer  
Tager ikke initiativ



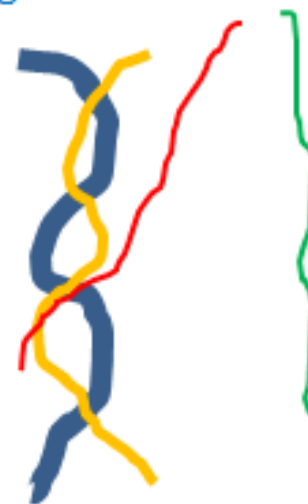
# Eksempel på elevprofil

Kender matematiske begreber, har relevante færdigheder og forstår, hvordan de kan bruges i forskellige metoder og sammenhænge

Gætter, prøver sig tilfældigt frem  
Har svært ved selv at få en ide  
Ikke overblik over problemstillingen

Lytter til og går i dialog med makker  
Kan få hverdagsprog og matematikkens sprog til at spille sammen

Ikke tiltro til sig selv i forhold til at kunne bruge matematik  
Frustreret over matematiske problemer  
Tager enkelte initiativer





# Eksempel på elevprofil

Kender relevante matematiske begreber, har mange færdigheder og forstår, hvordan de kan bruges i forskellige metoder, og hvornår det er hensigtsmæssigt

Undersøger systematisk. Er fleksibel i forhold til forskellige tilgange  
Får og afprøver forskellige ideer. Kan vælge relevante metoder  
Udvikler, forfiner, springer imellem forskellige ræsonnementer

Får hverdagssprog og matematikkens sprog til at spille sammen  
Lytter til og går i dialog med makker  
Følger og videreudvikler andres tankegange og argumenter

Stoler på og anvender egne ræsonnementer  
Har stor tiltro til sig selv som "matematikkyndig". Tager initiativer.  
Kan "holde ud" at være i en problemløsningssituation



*Udarbejdet af Thomas Kaas og Heidi Kristiansen  
med inspiration fra Jeremy Kilpatrick, Jane Swafford, Bradford Findell*

# Vurdering af en elevs matematiske kompetence

Viden og færdigheder



Strategier og metoder



Kommunikation og samarbejde



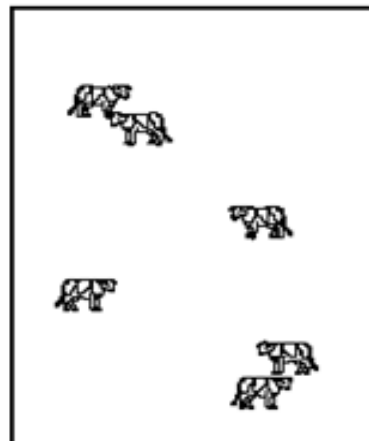
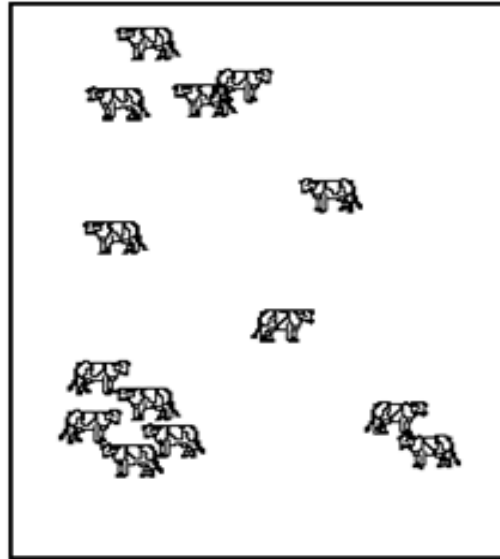
Det personlige aspekt



Helhedsindtryk



**På hvilken mark har en ko det største stykke græs at spise af?**



# Film

- Se filmen til "Køerne på marken"
- Skriv ned undervejs, når I ser, at Joakim og Markus udviser kompetence.
- Hvilke konkrete tegn, ser I på kompetencebesiddelse og hvilken kompetence er i spil?

**Strategier og metoder**

**Viden og færdigheder**



**Kommunikation og samarbejde**

**Det personlige aspekt**



# Det dobbelte og det halve i 3.b

- ⦿ Jeppe og Frederikke har arbejdet med siden. I skemaet mangler Jeppe at udfylde nogle af felterne, og Frederikke har sat streger hen over dem, hun ikke kunne finde ud af.

Det er svært at finde halvdelen af fx  $1\frac{1}{2}$  og  $2\frac{1}{4}$ .

- ⦿ Heidi: *Det er da spændende, hvis I kan finde ud af, hvad det halve af  $1\frac{1}{2}$  er.....*

6 At regne i hovedet

Dobbelt/halvt

Det dobbelte

1	2	3	5	6	7	9	10	11	13			

Det halve

8	20	12	36	42	48	52	56	80	100			

Det dobbelte

1

Det halve

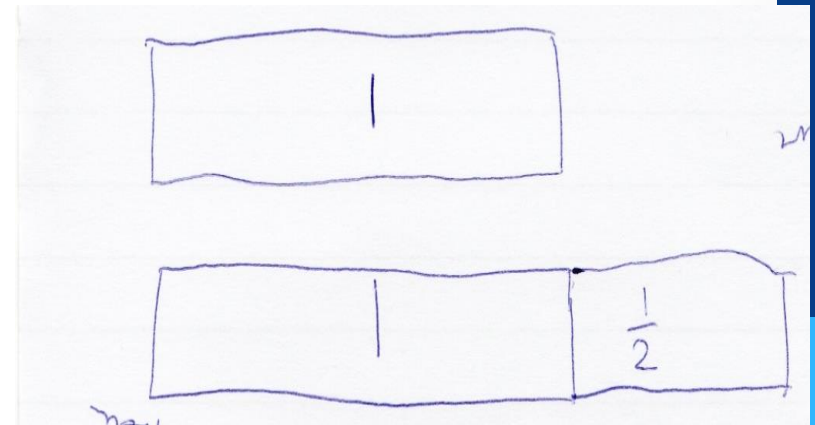
256

I øverste skema fordobler eleverne tallene i hver søjle. Lad dem fortsætte med at fordoble så mange gange, de kan. I skemaet i midten halveres tallene i hver søjle – så lange eleverne kan. Nederst halveres/fordobles tallene i cirklerne. Tal med eleverne om, hvordan de kan skrive halve og kvarte og spørg, om de kan finde mønstre/systemer i beregningerne. Lad dem evt. benytte centicubes eller tændstikker til udregningerne.

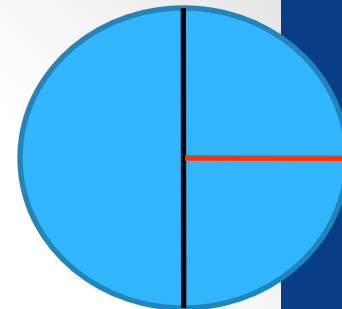
10 Kl

# Det halve af $1\frac{1}{2}$ ?????

- ⊙ Jeppe: *Det halve af en halv er en kvart. Det halve af en hel er en halv. Men hvad er en kvart plus en halv??*
- ⊙ Heidi: *Kan I prøve at tegne  $1\frac{1}{2}$  på en eller anden måde?*
- ⊙ Der kommer ikke rigtig nogen idéer. Jeg tegner en hel stang med en halv ved siden af. Det bruger de ikke rigtig til noget.



# Inspiration???



- ⦿ Så kommer Frederikke til at tænke på:

Frederikke: *Hvis man tager en lagkage, det plejer vi.....*

- ⦿ Jeppe og Frederikke tegner en lagkage og deler den i halve. Den ene halvdel deles i en to kvarte.

- ⦿ Heidi: *Hvor mange kvarte er der i en halv?*

- ⦿ Jeppe: *Så siger man 4 – 8 – 12. En tolvtedel.*

- ⦿ Heidi: *En kvart plus en halv er en???* Gad vide, hvad det er?

- ⦿ Frederikke: *Det er lidt mere end en halv.*

- ⦿ Jeppe: *En tre-kvart.*

- ⦿ Jeppe skriver  $4/3$ .

- ⦿ Heidi: *Kan du skrive  $1/4$ ?*

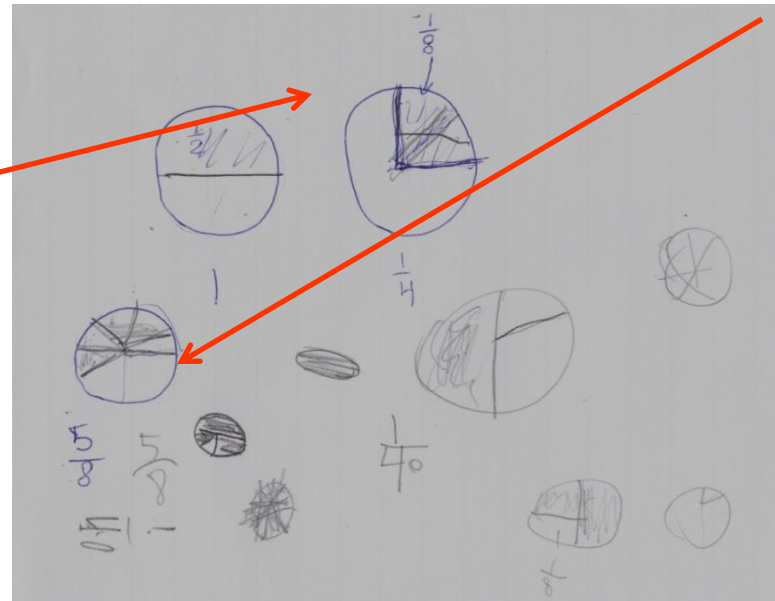
- ⦿ Jeppe: Nårh.

- ⦿ Jeppe skriver  $3/4$ .

# Det halve af $1 \frac{1}{4}$

- ⦿ Jeppe: *Det halve af en kvart er en ottendedel. Det halve af en er en halv.*
- ⦿ Heidi, Jeppe og Frederikke tegner lagkager. Den ene deles i halve – den ene markeres (halvdelen af en hel). I den anden markeres en kvart, og den deler de i to ottendedele.
- ⦿ Frederikke: *Så har vi en halv, og så sætter vi en ottendedel.*

- ⦿ Heidi: *Gad vide, hvor mange af de ottendedele der kan ligge i den halve?*
- ⦿ Jeppe og Frederikke tegner ottendedele.
- ⦿ Frederikke: *Fem ottendedele.*





# Nu gjorde jeg det samme igen...

⦿ De har skrevet tallene  $12 - 6 - 3 - 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

⦿ De tegner en lagkage, deler den op i halve og den ene halvdel i kvarte. De finder halvdelen af en halv: en fjerdedel og halvdelen af en kvart: en ottendedel.

⦿ Heidi: *Gad vide, hvor mange ottendedele der kan ligge i den kvarte?*

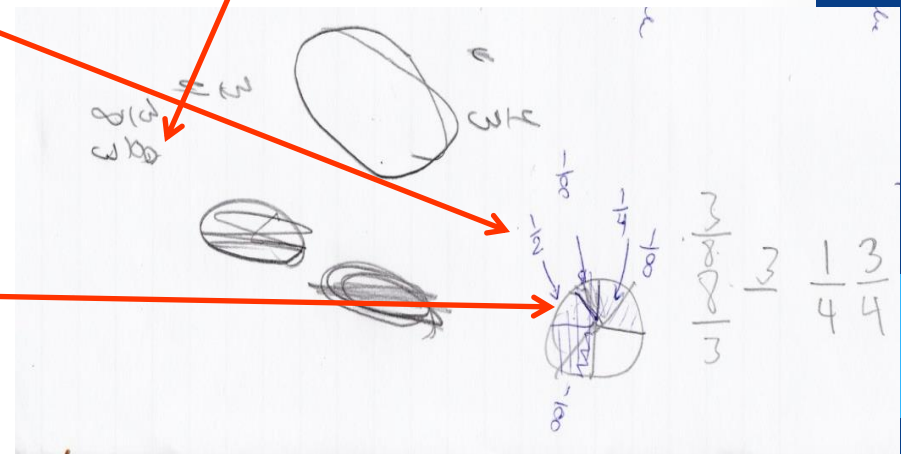
⦿ Jeppe: *To. Det er tre ottendedele.*

Jeppe skriver  $\frac{8}{3}$ .

Heidi: *Kan du skrive en ottendedel?*

Jeppe: *Nu gjorde jeg det samme igen.*

Jeppe skriver  $\frac{3}{8}$ .



# Det halve af ....

2  $\frac{1}{8}$ :

⦿ Frederikke: *Jeg laver en lagkage. (Tegner en lagkage). Jeg laver en mere. (Tegner en mere). Nej, jeg bruger altså tre – der er over 2.*

⦿ Frederikke: *Vi skal fjerne en.*

⦿ Jeppe tegner streger hen over en af lagkagerne.

⦿ Frederikke. *Øv, det var den flotteste.*

Jeppe: *Det halve af en ottendedel – det er en sekstendedel.*

De får 1  $\frac{1}{16}$ .

