

# Ræsonnementet er limen i problemløsning

Matematik i marts 12:45 – 14:00

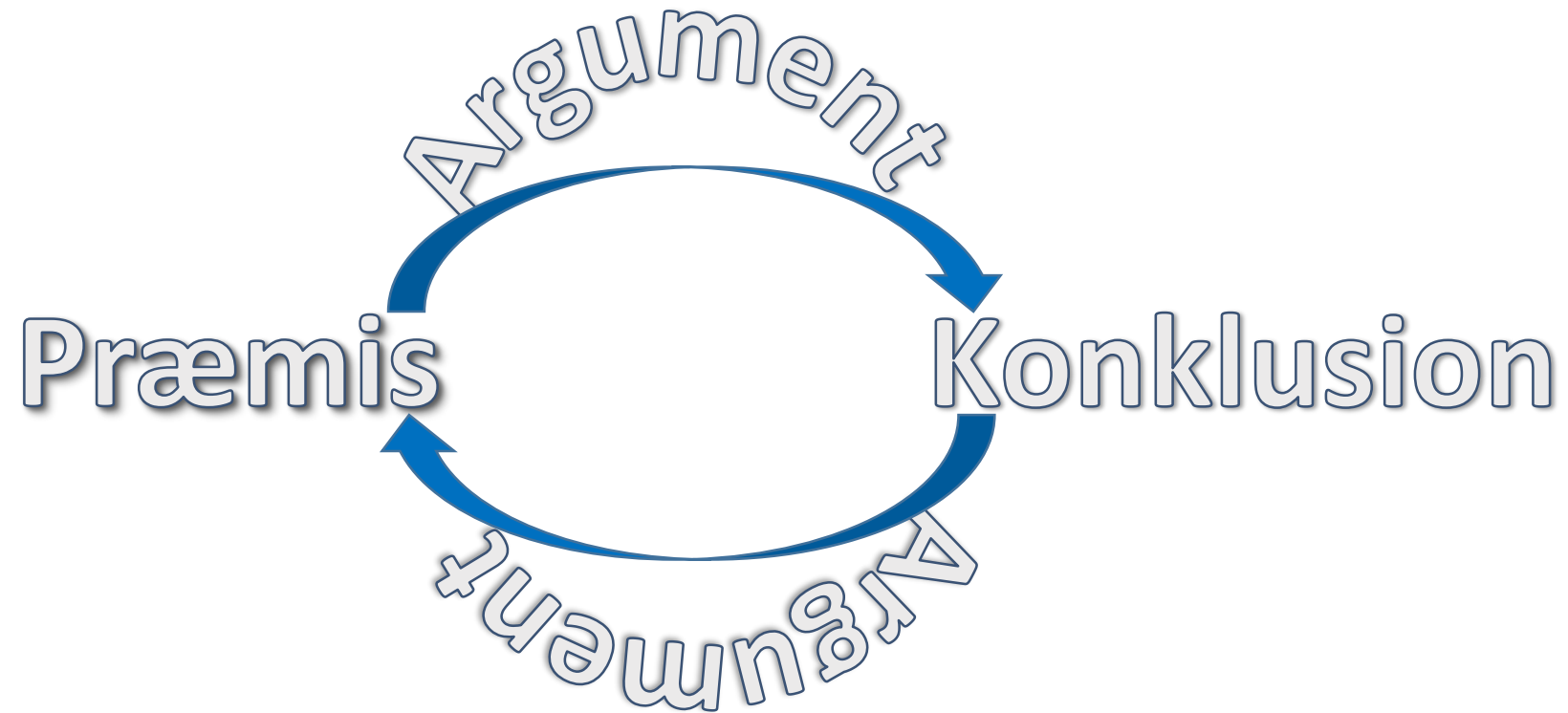
# Kursus indhold

- I workshopen vil vi gennemføre og gennemskue et matematisk ræsonnement samt se på, hvordan det på forskellig måde kan indgå i undervisningen.
- Vi vil diskutere, hvordan man kan arbejde med at udvikle elevernes kompetence både til selv at ræsonnere og til at forholde sig kritisk til andres ræsonnementer.
- Derudover vil vi se på, hvilke mål der er beskrevet i forhold til tankegangs- og ræsonnementskompetencen.

# Program

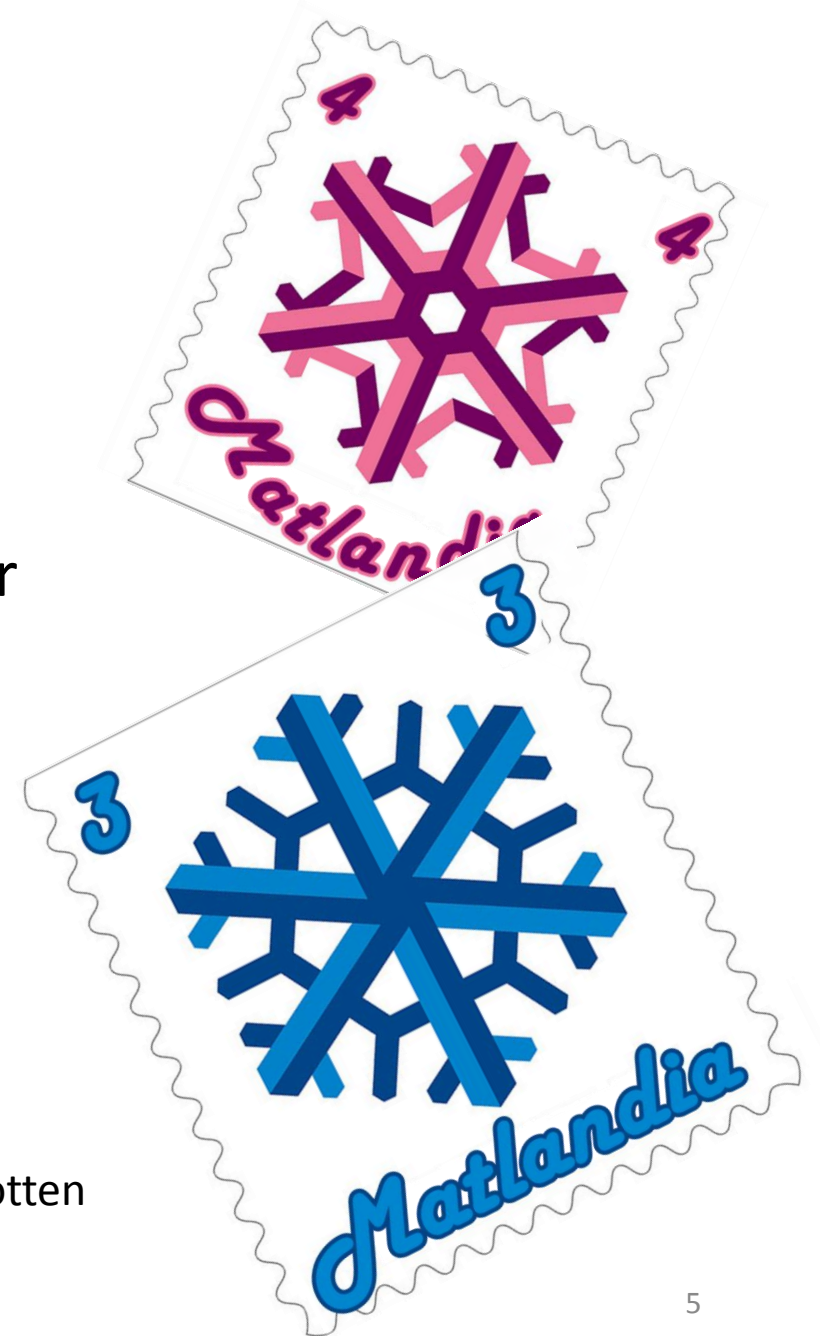
- Frimærke problemet
- Metaforms
- Mål og indhold
- Alt det vi nok ikke når.

# Ræsonnement



# Frimærker

- I Matlandia skal de have nye frimærker, men også her skal der spares på udgifterne til trykning, så postministeren har besluttet, at de fremover kun skal have frimærker med to værdier. Han har også besluttet, at portotaksten for både breve og pakker fremover kun skal være heltallige beløb. Så nu kan man kun bruge firmærker med værdien 3 eller værdien 4.
- Hvilke posttakster er mulige med de to slags frimærker i Matlandia?



Ide Geir Botten

# Øversigt over posttakster

3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19



Hvad nu hvis...?





Eller?





# Sammenhænge

- Er der en sammenhæng mellem værdierne på frimærkerne, de mulige posttakster, og særlig den største posttakst, som vi ikke kan bruge
- Hvad nu hvis vi har to slags frimærker med værdierne 3 og 8. Vil der så stadig være en grænse, hvor det er muligt at have alle posttakster over denne grænse.
- Hvis det er sådan, er det så muligt at beregne denne grænse. Kan vi hjælpe postvæsenet i Matlandia med at finde en formel så denne grænse kan beregnes, så de ikke behøver at undersøge alle tal.

# Spørgsmål

- Hvilke portotakster er mulige med de to slags frimærker?
- Er alle posttakster større end 20 mulige med de to slags frimærker?
- Er der en sammenhæng mellem den mindste værdi på et frimærke og antallet af posttakster, vi kan have i rækkefølge?
- Hvis den mindste værdi er 3! Hvad kan vi så konkludere, hvis vi på et tidspunkt har tre tal i rækkefølge, som vi kan have som portotakst?

# Oversigt

3-4: 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

3-5: 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

4-5: 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

3-7: 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

# Regler – er de alle sande?

- De to tal ganget med hinanden minus summen af de to tal.
- Produktet af det største tal og en mindre end det mindste tal minus det mindste tal.
- Tag det største tal og gang det med tallet der er to mindre end det mindste og læg så forskellen mellem de to tal til.
- Tag det mindste tal og gang det med tallet, der er to mindre end det største og find så forskellen mellem dette produkt og forskellen mellem de to tal.
- Tag tallet der er en mindre end et af tallene og gang det med tallet der er en mindre end det andet tal. Resultatet er en mindre end produktet.

# Hvad nu ...?

- 4 og 6?

# META FORMS/Logix



# Ræsonnement med META FORMS

- Hvilke præmisser bliver givet?
- Hvordan argumenteres?
- Hvad er konklusionen?
- Hvordan undersøger man om ræsonnementet er rigtigt?



# Omhældning

- Søren har en 5-liters spand og en 8-liters spand, men har brug for at få afmålt præcis en liter.
- Kan det lade sig gøre, og hvordan?



# Møntreform

## Møntreform

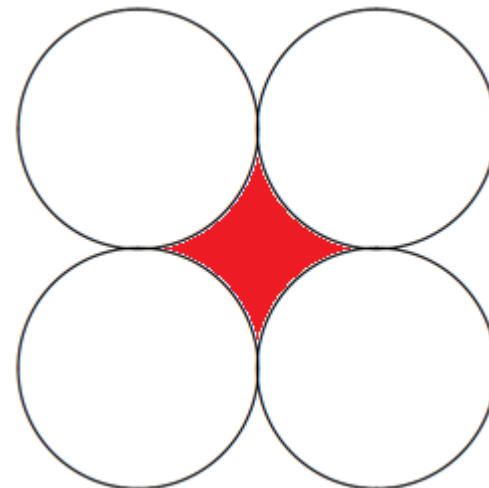
- Nationalbanken overvejer at indføre et nyt møntsystem, hvor der er færre typer mønter og sedler end i det nuværende system.
- Undersøg, om det er muligt at betale alle hele kronebeløb i det "nye" system, når både sælger og køber har mønter nok.

- Mønter og sedler i det "nye" system.



# Det røde område

- Fire cirkler er placeret symmetrisk så de uden at overlappe danner et lukket rødt område mellem sig.
- Hvad er arealet af det røde område?



# Ræsonnement og tankegang

## 1. – 3. klassesetrin

Eleven kan stille og besvare matematiske spørgsmål

Eleven har viden om kendetegn ved matematiske spørgsmål og svar

Eleven kan give og følge uformelle matematiske forklaringer

Eleven har viden om enkle matematiske forklaringer

# Fra læseplanen 1. – 3. klassetrin

- Elevernes udvikling af kompetence i ræsonnement og tankegang skal bl.a. bygge på spørgsmål som
- ”Hvad nu, hvis...?”,
- ”Hvordan kan du vide, at...?”
- ”Kan du forklare, hvorfor...?”

## 4. – 6. klasseser

Eleven kan anvende ræsonnementer i undersøgende arbejde

Eleven har viden om enkle ræsonnementer knyttet til undersøgende arbejde, herunder undersøgende arbejde med digitale værktøjer

Eleven kan anvende ræsonnementer til at udvikle og efterprøve hypoteser

Eleven har viden om enkle ræsonnementer knyttet til udvikling og efterprøvning af hypoteser

# Fra læseplanen 4. – 6- klassetrin

- ”Hvis jeg... så må der ske det, at... fordi...”.
- ”Det kan ikke passe, for når jeg... så bliver...”.



## 7. – 9. klassetrin

Eleven kan skelne mellem hypoteser, definitioner og sætninger

Eleven har viden om hypoteser, definitioner og sætninger

Eleven kan skelne mellem enkelttilfælde og generaliseringer

Eleven har viden om forskel på generaliserede matematiske resultater og resultater, der gælder i enkelttilfælde

Eleven kan udvikle og vurdere matematiske ræsonnementer, herunder med inddragelse af digitale værktøjer

Eleven har viden om enkle matematiske beviser

# Fra læseplanen 7. – 9. klasse

- Mod afslutningen af trinforløbet indgår eksemplariske eksempler på enkle beviser i undervisningen.

# Kurve med æg



Sofie har tre kurve med æg.

En brun kurv, en rød kurv og en pink kurv.

- Der er et æg mere i den brune kurv end i den røde kurv.
- Der er tre æg mindre i den røde kurv end i den pink kurv.
- Hvor mange æg er der i hver kurv?

# Ræsonnement med tal 1

Allan, Bjarne og Carl er tilsammen 35 år.

- Hvor gamle var de tilsammen for tre år siden?



# Ræsonnement med tal 2

To billetter fra Sælø til Nyø og tre billetter fra Sælø til Langø koster 77 kroner.

Tre billetter fra Sælø til Nyø og to billetter fra Sælø til Langø koster 73 kroner.

- Hvad koster en billet fra Sælø til Nyø og en billet fra Sælø til Langø?



# Ræsonnement med tal 3

En skole holdt en fest for eleverne.

$\frac{1}{5}$  af pigerne deltog og  $\frac{1}{8}$  af drengene deltog.

Hvor stor en del af det samlede antal elever deltog i festen?



A)  $\frac{2}{13}$

B)  $\frac{13}{40}$

C) Der mangler oplysninger til at svare på spørgsmålet.

# Ræsonnement med tal 4

Nogle venner tog på en skovtur. De aftalte at bruge 480 kr. på madvarer.

Fire af dem mødte ikke op til skovturen. Som en konsekvens måtte de andre deles om de ekstra udgifter, hvilket betød, at de hver måtte betale 20 kr. ekstra.

Hvor mange deltog i skovturen?



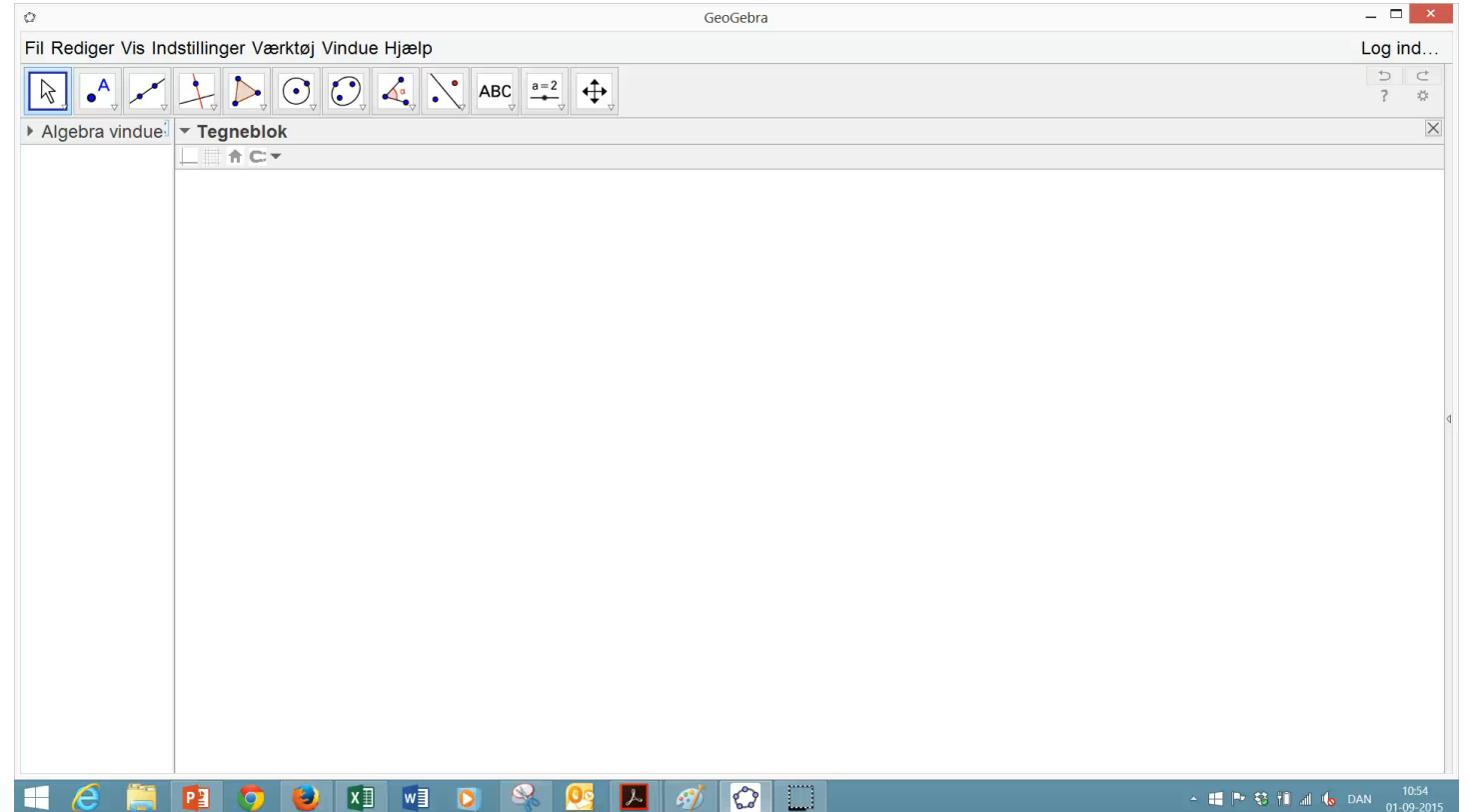
# Ræsonnement med tal 5

Overvej præmisserne i hvert tilfælde.

- Hvorfor er summen af to lige tal et lige tal?
- Hvorfor er produktet af to ulige tal et ulige tal?

# Geometrisk konstruktion

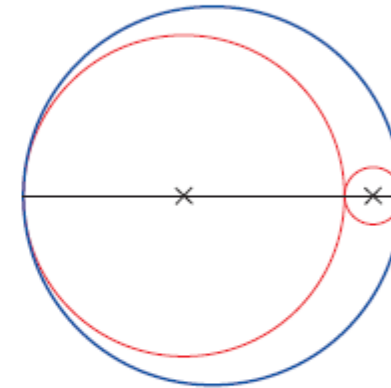
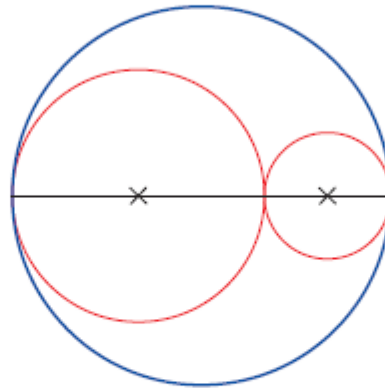
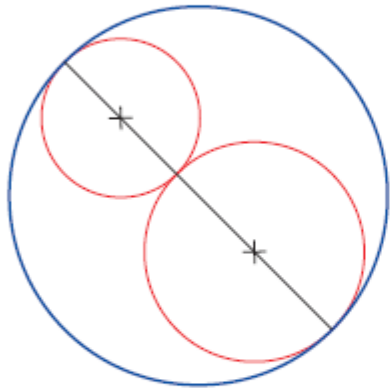
Konstruer en trekant med sidelængderne 5, 6 og 7.



# Fra afgangsprøverne

**5**

## En ydre og to indre cirkler



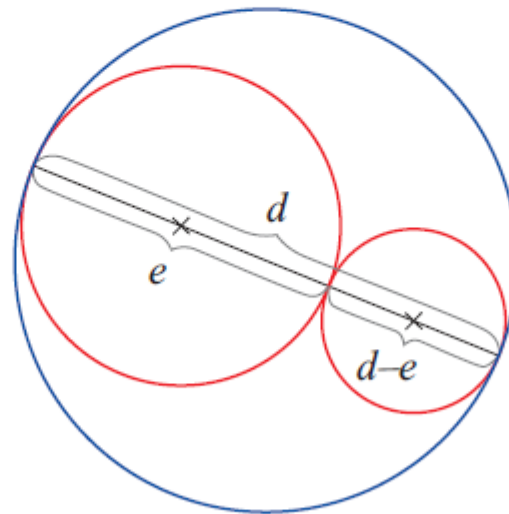
På hver tegning herover er der en blå ydre cirkel og to røde indre cirkler, som opfylder to krav:

- De to indre cirkler har begge centrum på den ydre cirkels diameter.
- Summen af de to indre cirklers diametre er lig med den ydre cirkels diameter.

I denne opgave skal du arbejde med ydre og indre cirkler, der opfylder de to krav.

- 5.4** Undersøg med beregninger eller ved hjælp af et digitalt værktøj, om summen af de to indre cirklers arealer altid er halvt så stort som arealet af den ydre cirkel.

Hvis diameteren i en vilkårlig ydre cirkel har længden  $d$ , og diameteren i den ene indre cirkel har længden  $e$ , så har diameteren i den sidste indre cirkel længden  $d-e$ .



- 5.5** Bevis, at summen af de to indre cirklers omkredse er lig med omkredsen af den ydre cirkel.

# Link til præsentation

- <http://kortlink.dk/kvs5>

# Kilder

- Botten, G. (1999) *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen*. Caspar forlag. Bergen
- Gardiner, A. (1987). *Discovering Mathematics – The Art of Investigation*. Oxford Science Publications. Oxford
- Skovsmose, O. (2001) *Landscapes of Investigation* ZDM: The International Journal on Mathematics Education Volum 33, number 4/2001, page 123-132
- Opgavekommission i matematik (Maj 2015)